SIGNALS AND SYSTEMS

信号与系统

第一章 信号与系统的基本概念

南京邮电大学

通信与信息工程学院

- **信号理论：** 信号分析、信号处理、信号综合
- **系统理论：** 系统分析、系统综合

信号分析

- 核心是信号分解
- 研究信号的表示、性质和特征

系统分析

- 给定系统，已知输入，求输出
- 研究系统的特征和功能

关系密切又各有侧重

- **信号分析与系统分析是一个统一的整体：**
  - **从信号传输的角度来看：**信号通过系统时，在系统的传递特性作用下，信号的时间特性和频率特性会发生相应的变化，从而变成了新的信号。
  - 从系统响应的角度来看：系统的主要作用是对信号进行处理与传输。在输入信号的激励下，系统必然会作出相应的反响，其外在的表现形式就是会有一个对应的输出（响应）。
  - 综合上述两个方面，可以看出：对信号的分析与对系统的分析是密不可分的。
  - **从数学的角度来看：**时域分析中信号与系统的特性都可以表示为时间的函数，对它们也都可以用变换域的方法进行分析，只不过是各自变换域函数的物理意义不同而已。

第一章 信号与系统的基本概念

- 1.1 信号的描述与分类
- 1.2 系统的描述与分类
- 1.3 信号与系统分析概述
- 本章要点
- 作业

1.1.1 信号的定义与描述
1.1.2 信号的分类

1.1.1 信号的定义与描述

信号： 传递信息的载体，变化的物理量。（函数）

★本课中只讨论电信号

1.1.1 信号的定义与描述

- 信号的特性：

1. **时域特性：** 信号的幅度随时间变化的情况

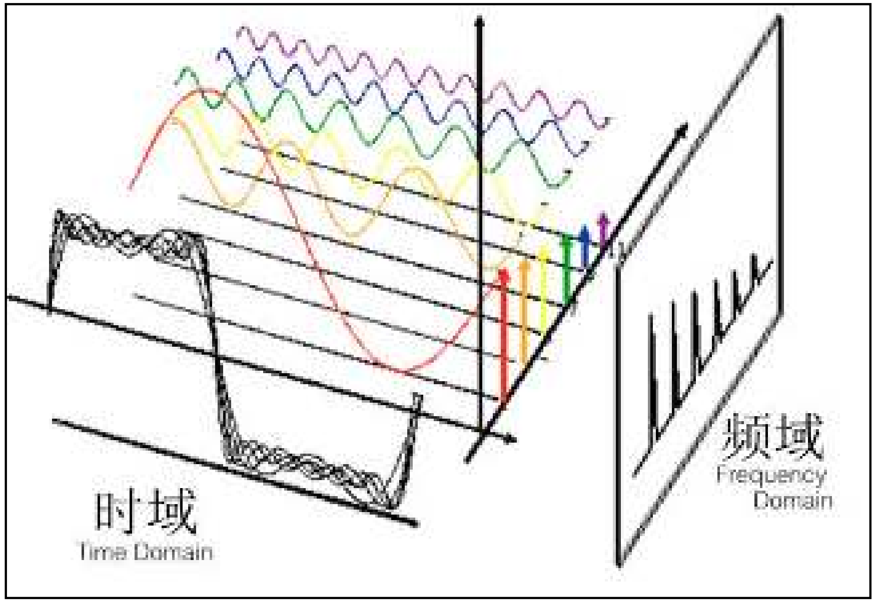
（信号可以表示为时间 t 的函数）

出现时间的先后、持续时间的长短、重复周期的大小、随时间变化的快慢等。

2. **频率特性：** 构成实际信号的各正弦谐波分量的振幅和初相随时间变化的情况

（信号可以分解为许多不同频率的正弦分量）

各频率分量的相对大小、主要频率分量占有的范围等。

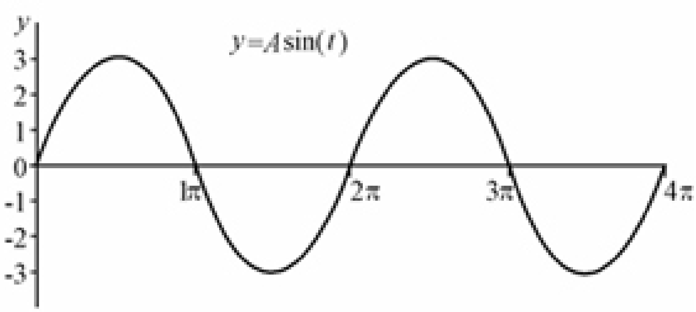


>>返回

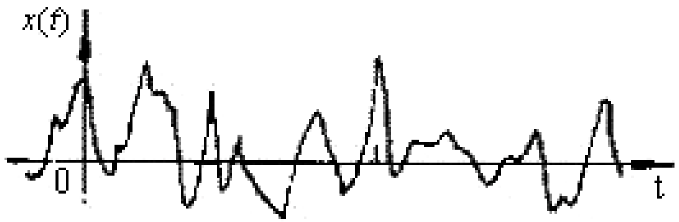
1. 确定信号和随机信号

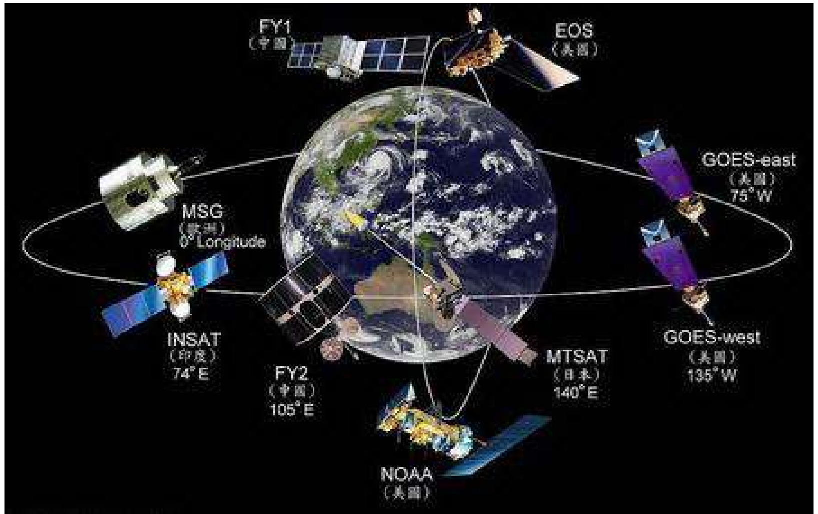
（按信号幅值的确定性划分）

确定信号：可以表示为时间 t 的确定函数（解析法）



随机信号：无法表示为时间 t 的确定函数（概率统计）



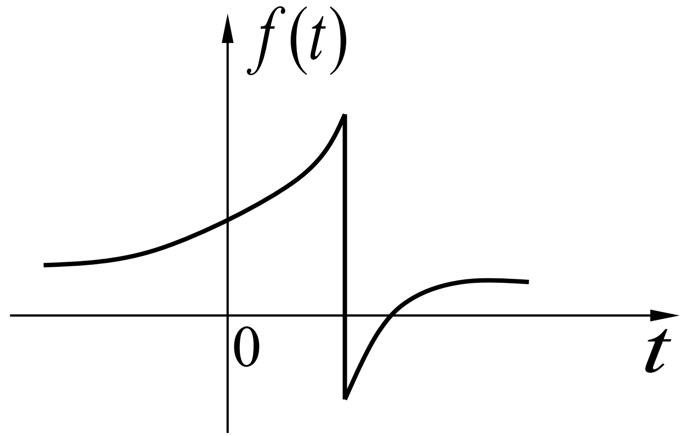


2 .连续时间信号和离散时间信号

（按自变量取值的连续性划分）

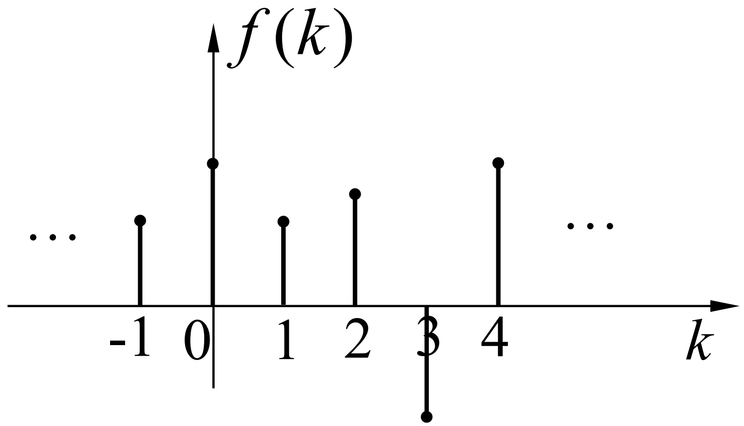
连续时间信号：

除若干个不连续点外，其它时刻都有定义，通常用 $f(t)$ 表示。



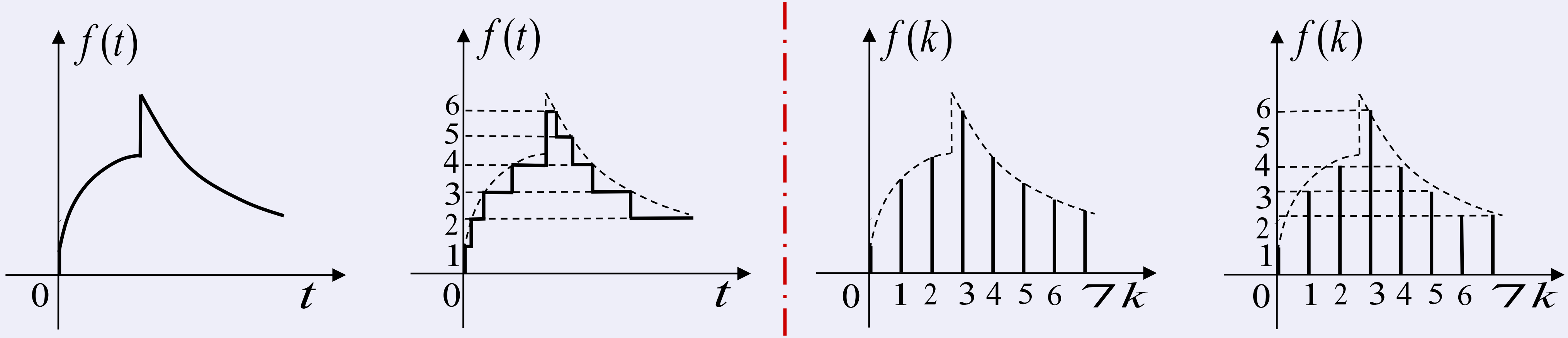
离散时间信号：

仅在离散时刻有定义，通常用 $f(t_k), f(kT), f(k)$ 表示。



1.1.2 信号的分类

图1-1-4 连续时间信号与离散时间信号



(a)模拟信号　(b)量化信号　(c)离散信号　(d)数字信号

时间取值：

(a)	(b)	(c)	(d)
连续	连续	不连续	不连续

幅度取值：

(a)	(b)	(c)	(d)
连续	不连续	连续	不连续

3 .周期信号和非周期信号

（按信号的重复性划分）

周期信号： 每隔一个固定的时间间隔重复出现且无始无终

- 连续周期信号

$$f_T(t) = f_T(t+T) \qquad -\infty < t < \infty$$

T 为该信号的周期，是满足上式的最小非零正值。

$\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T}$ 为该信号的角频率，单位：***rad /s***

- 离散周期信号

$$f_N(k) = f_N(k+N) \qquad -\infty < k < \infty, k\text{和}N\text{取整数}$$

N 为该信号的周期，是满足上式的最小非零正值。

$\Omega_0 = \omega_0 T_s$ 为该信号的数字角频率，单位：***rad***

非周期信号： 不具有周而复始的特性

1.1.2 信号的分类

★ 信号周期性的判断：

- 连续信号

周期分别为 T_1, T_2 的两个周期信号相加，当 T_1, T_2 之间存在最小公倍数 T（即 $\frac{T_1}{T_2}=\frac{n_2}{n_1}$ 为有理数）时，所得到的信号仍然为周期信号。周期 $T=n_1T_1=n_2T_2$，其中 n_1 和 n_2 为整数。

- 离散信号：正弦序列 $x(k)=A\sin(\Omega_0 k+\varphi)$

不一定是周期序列

当 $\frac{\Omega_0}{2\pi}=\frac{m}{N}$ 是有理数时，正弦序列为周期序列，且周期为 N 。

当 $\frac{\Omega_0}{2\pi}=\frac{m}{N}$ 是无理数时，正弦序列为非周期序列 。

（余弦序列判断方法类似）

例1-1-2：判断下列信号是否为周期信号，如果是周期信号，试计算其周期。

（1）$f_1(t)=2+3\cos(\frac{2}{3}t+\theta_1)+5\cos(\frac{7}{6}t+\theta_2)$

解：$T_1=3\pi, T_2=\frac{12}{7}\pi, \frac{T_1}{T_2}=\frac{7}{4}=\frac{n_2}{n_1}$为有理数，故$f_1(t)$为周期信号。

周期$T=n_1T_1=n_2T_2=12\pi$。

（2）$f_2(t)=2\cos(2t+\theta_1)+5\sin(\pi t+\theta_2)$

解：$T_1=\pi$，$T_2=2$，$\frac{T_1}{T_2}=\frac{\pi}{2}$，为无理数，故 $f_2(t)$ 不是周期信号。

（3）$f_3(t)=3\cos(3\sqrt{2}t+\theta_1)+7\cos(6\sqrt{2}t+\theta_2)$

解：$T_1=\frac{2\pi}{3\sqrt{2}}, T_2=\frac{2\pi}{6\sqrt{2}}, \frac{T_1}{T_2}=2$为有理数，故$f_3(t)$是周期信号，

周期为$\frac{2\pi}{3\sqrt{2}}$。

例2-2-1：判断下列正弦序列是否为周期信号。若是，求出周期*N*。

(1) $f_1(k)=\sin(\frac{\pi}{6}k)$

解：$\Omega_0=\frac{\pi}{6}, \frac{\Omega_0}{2\pi}=\frac{1}{12}$

由于$\frac{1}{12}$是有理数，故$f_1(k)$为周期信号。

周期$N=12$。

(2) $f_2(k)=\sin(\frac{1}{6}k)$

解：$\Omega_0=\frac{1}{6}, \frac{\Omega_0}{2\pi}=\frac{1}{12\pi}$

由于$\frac{1}{12\pi}$是无理数，故$f_2(k)$为非周期信号。

4 .能量信号、功率信号和非能量非功率信号

（按信号平方的可积性划分）

信号的能量：

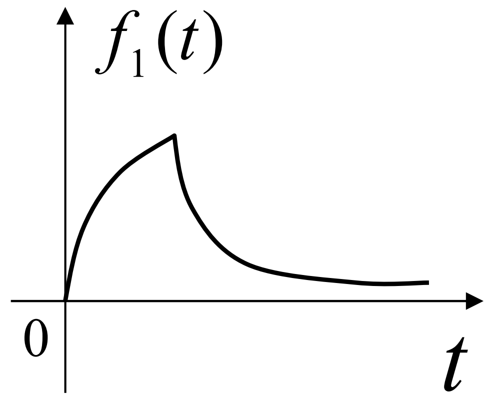
设信号电压或电流为**$f(t)$**,它在**1Ω**的电阻上的瞬时功率为**$|f(t)|^2$**, 在时间区间**(-∞, ∞)**内消耗的总能量定义为：

$$E = \lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}|f(t)|^2 dt$$

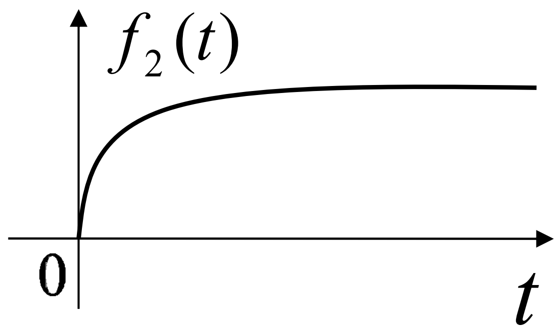
信号的平均功率：

$$P = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}|f(t)|^2 dt$$

能量信号：$0 < E < \infty$，此时 $P = 0$

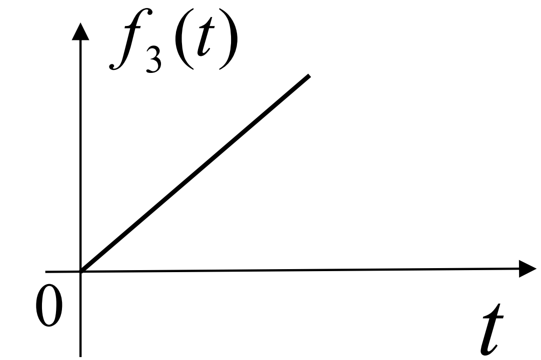


功率信号： $0 < P < \infty$，此时 $E \to \infty$



非能量非功率信号：

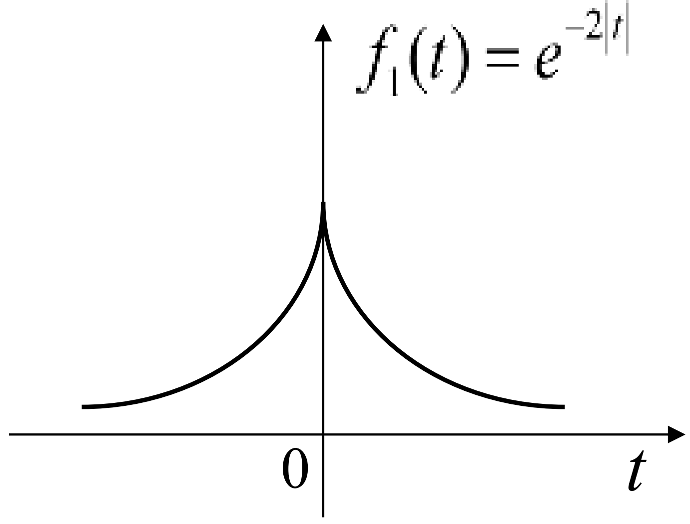
既非功率信号又非能量信号



★ 快速判断法：（离散信号的判断方法类似）

- 直流信号：功率信号
- 周期信号：功率信号，其平均功率可以在一个周期内计算。
- 非周期信号：
  - ▲ 当$|t| \to \infty$时，幅值为0：能量信号，也称为脉冲信号
  - ▲ 当$|t| \to \infty$时，幅值不为无穷大，且至少有一边为有限值：功率信号
  - ▲ 当$|t| \to \infty$时，只要有一边幅值为无穷大：非能非功信号

例1-1-3：如图所示信号，判断其是否为功率信号或能量信号。



(a)

解：对信号$f_1(t)$，有

$$E=\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}(e^{-2|t|})^2dt$$

$$=\int_{-\infty}^{0}e^{4t}dt+\int_{0}^{\infty}e^{-4t}dt=2\int_{0}^{\infty}e^{-4t}dt=\frac{1}{2}$$

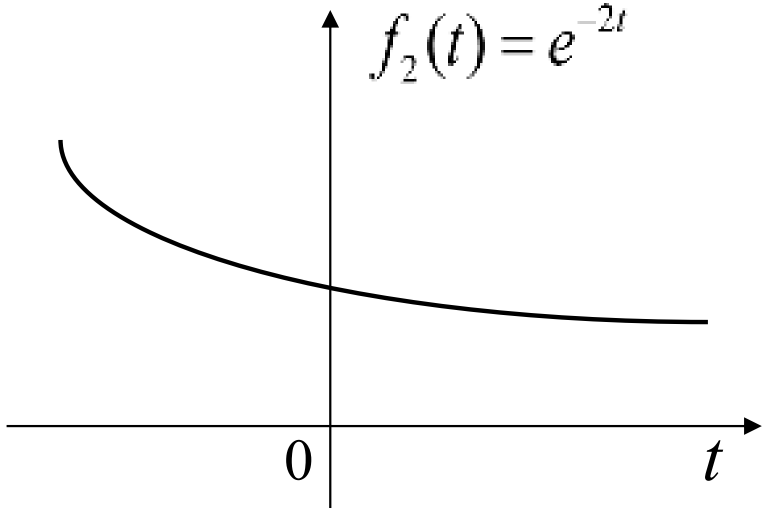
$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}(e^{-2|t|})^2dt=0$$

所以该信号为能量信号。

另解：

快速判断：当$|t|\to\infty$时，幅值为0，所以是能量信号。

对信号$f_2(t)$，有



(b)

$$E=\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}(e^{-2t})^2dt$$

$$=\lim_{T\to\infty}-\frac{1}{4}\left[e^{-4T}-e^{4T}\right]=\infty$$

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\left(e^{-2t}\right)^2dt=\lim_{T\to\infty}\frac{e^{4T}-e^{-4T}}{8T}=\lim_{T\to\infty}\frac{e^{4T}}{8T}=\lim_{T\to\infty}\frac{4e^{4T}}{8}=\infty$$

所以该信号为非能量非功率信号。

另解：

快速判断：当$|t|\to\infty$时，有一边幅值为无穷大，所以是非能量非功率信号。

第一章 信号与系统的基本概念

- 1.1 信号的描述与分类
- 1.2 系统的描述与分类
- 1.3 信号与系统分析概述
- 本章要点
- 作业

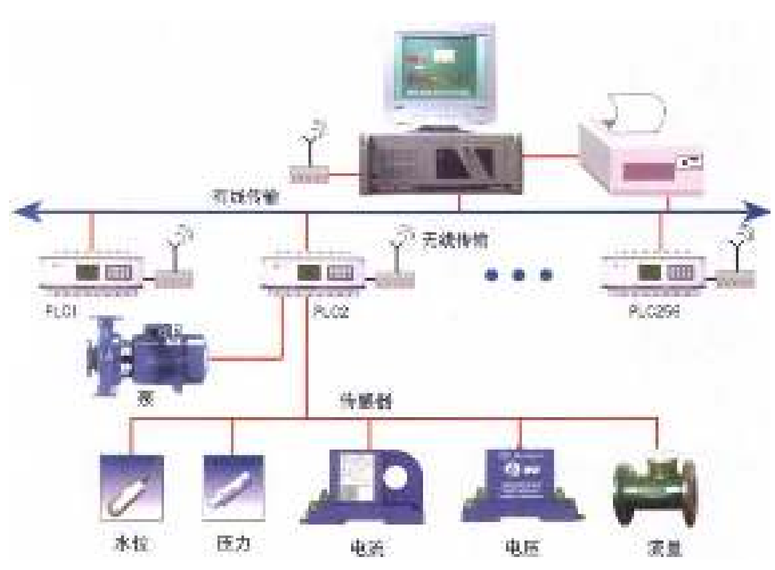
1.2.1 系统的概念
1.2.2 系统的数学模型
1.2.2 系统的分类

1.2.1 系统的基本概念

- 系统的基本概念

系统是由若干个互相关联的单元组成的具有一定功能的有机整体。

1. 系统、子系统、单元、元件
2. 连接方式
3. 输入(激励)、输出(响应)



水厂自动供水监控系统

景区电子票务系统

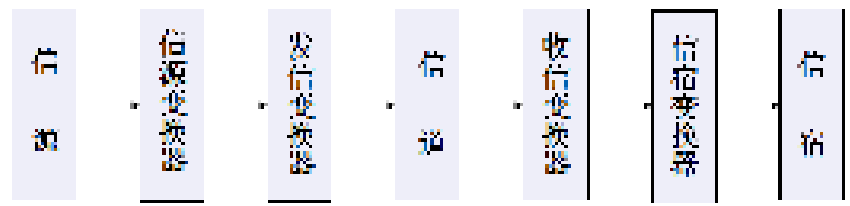


图1-2-1 通信系统

1.2.2 系统的数学模型

系统的模型是实际系统的近似化和理想化。

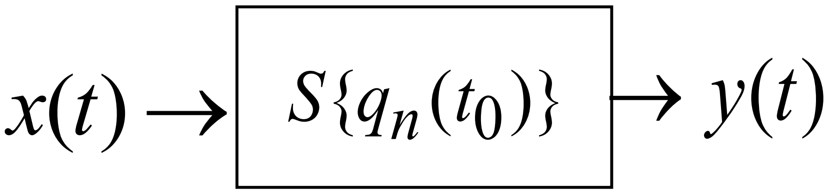
描述系统的数学模型

- 输入—输出描述法
- 状态空间描述法

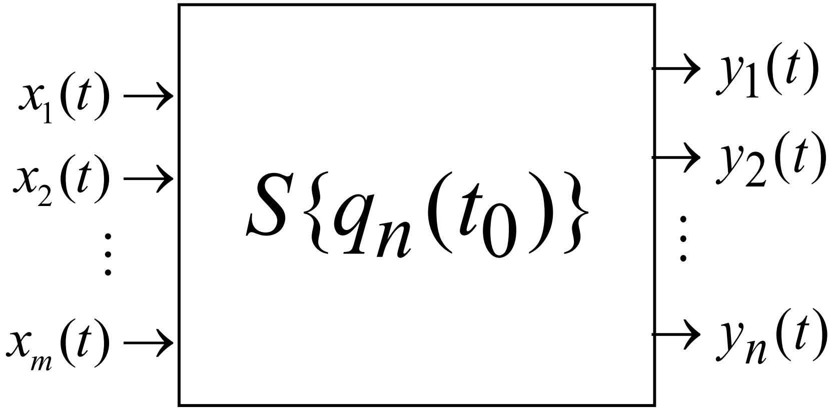
一般来说，系统输入和输出之间的关系常用微分方程表示：

$$y^{(n)}(t)+a_{n-1}y^{(n-1)}(t)+\cdots+a_1y'(t)+a_0y=b_mx^{(m)}(t)+b_{m-1}x^{(m-1)}(t)+\cdots+b_1x'(t)+b_0x(t)$$

也可以用一个方框图表示系统：



单输入—单输出系统



多输入—多输出系统

1.2.3 系统的分类

1 .连续时间系统与离散时间系统

- **连续时间系统：**

  输入和输出都是连续时间信号的系统。

- **离散时间系统：**

  输入和输出都是离散时间信号的系统。

KC-104 单片机模数AD/数模DA转换模块

注意：本课程不是以主要元器件是否为模拟器件为标准来划分的！

2 .线性系统和非线性系统

线性特性：齐次性和叠加性

齐次性：

$$\text{若} x(t) \to y(t), \text{则} kx(t) \to ky(t)$$

叠加性：

$$\text{若} x_1(t) \to y_1(t), x_2(t) \to y_2(t),$$
$$\text{则} x_1(t) + x_2(t) \to y_1(t) + y_2(t)$$

线性系统：

$$\text{若} x_1(t) \to y_1(t), x_2(t) \to y_2(t),$$
$$\text{则} k_1x_1(t) + k_2x_2(t) \to k_1y_1(t) + k_2y_2(t)$$

（离散系统可同样的方法定义）

1.2.3 系统的分类

- 具有初始状态的系统，其响应包括：

零状态响应 $y_{zs}(t)$：初始状态为零，仅由外部激励作用引起的响应。

零输入响应 $y_{zi}(t)$：外部激励为零，仅由初始状态作用引起的响应。

- 对于具有初始状态的系统，线性系统应当具有下列特性：

a .分解性

全响应=零输入响应+零状态响应

b .零输入线性

系统有多个初始状态时，零输入响应对每个初始状态呈线性。

c .零状态线性

系统有多个输入时，零状态响应对每个输入呈线性。

1.2.3 系统的分类

例1－2－1：已知某零状态系统激励与响应的关系为：

$y(t)=3x(t)+2$，试判别该系统是否为线性系统。

解：

设：$x_1(t)\rightarrow y_1(t)=3x_1(t)+2$

$x_2(t)\rightarrow y_2(t)=3x_2(t)+2$

则：当$x_a(t)=k_1x_1(t)+k_2x_2(t)$时，

$\rightarrow y_a(t)=3x_a(t)+2=3[k_1x_1(t)+k_2x_2(t)]+2$

而$k_1y_1(t)+k_2y_2(t)=k_1[3x_1(t)+2]+k_2[3x_2(t)+2]\neq y_a(t)$

不满足线性系统的条件，所以该系统是非线性的。

例：判断下列系统是为线性系统，并说明理由。

(1) $y(t)=3x(t)+2q(0)$

满足条件性 $\longrightarrow$ 线性系统

(2) $y(t)=3q(0)\log x(t)$

不具有分解性 $\longrightarrow$ 非线性系统

(3) $y(t)=q^2(0)+x^2(t)$

零输入响应和零状态响应都不满足线性 $\longrightarrow$ 非线性系统

有初始状态，判断是否满足三个条件

例：某系统由下列微分方程表示，试问此系统是否为线性系统？

$$\frac{dy(t)}{dt}+10y(t)+5=x(t) \qquad t>0$$

解：设有两个输入$x_1(t)$与$x_2(t)$分别激励系统，它们的输出分别为$y_1(t)$与$y_2(t)$，有

$$\frac{d[y_1(t)]}{dt}+10y_1(t)+5=x_1(t) \qquad t>0$$

$$\frac{d[y_2(t)]}{dt}+10y_2(t)+5=x_2(t) \qquad t>0$$

若系统为线性系统，则当$x_1(t)$与$x_2(t)$共同激励系统时，其方程式应为以上两个方程式之和。即

$$\frac{d[y_1(t)+y_2(t)]}{dt}+10[y_1(t)+y_2(t)]+10=x_1(t)+x_2(t) \quad t>0$$

上式与原方程式不同，即不满足叠加性，因此为非线性系统。

1.2.3 系统的分类

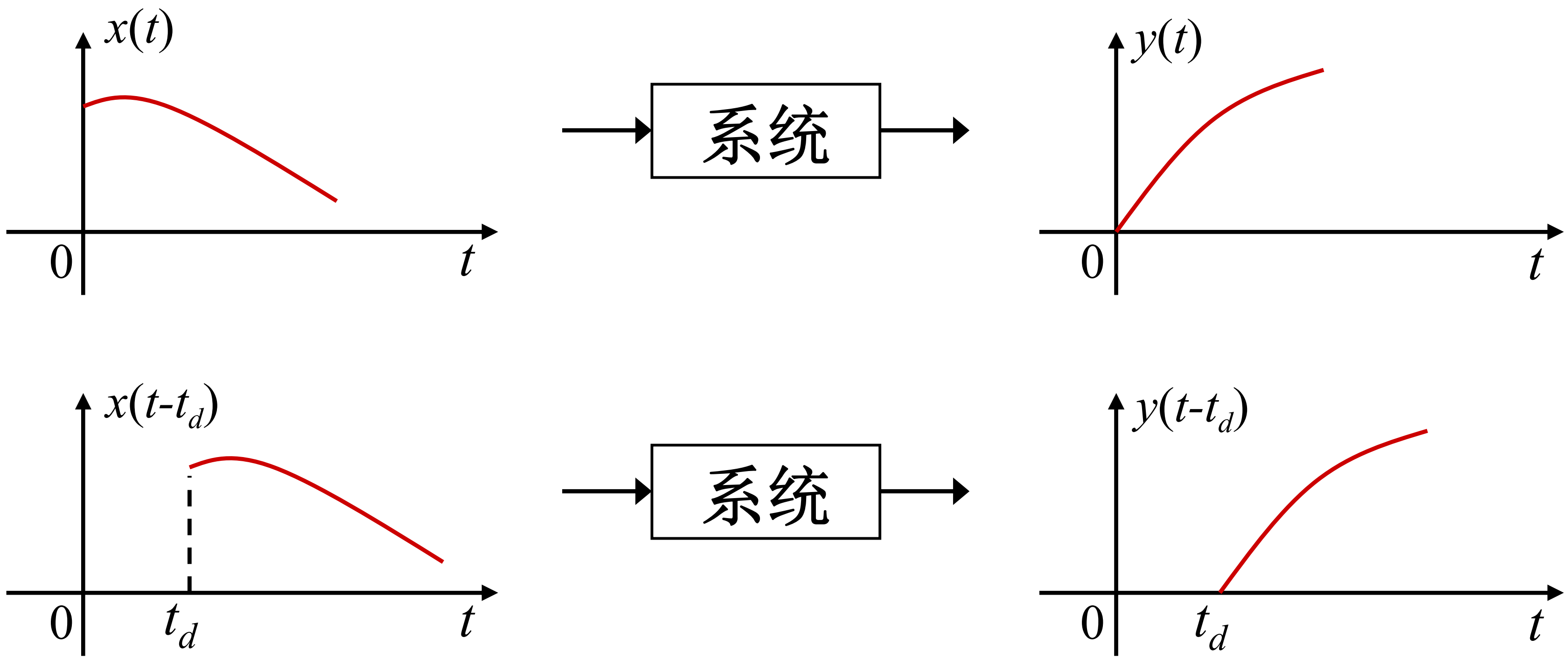
3.时不变系统和时变系统

时不变系统：系统零状态响应的特性不随时间的变化而改变。

公式化的表示：

若 $x(t) \to y(t)$

则 $x(t-t_d) \to y(t-t_d)$



（离散系统可同样的方法定义）

例1-2-6：试判别下列系统是否为时不变系统？

(1) $y(t)=tx(t)$　　(2) $y(t)=\sin[x(t)]$　　(3) $y(k)=x(2k)$

解：(1) $x(t)\rightarrow y(t)=tx(t)$

若 $x_1(t)=x(t-t_d)\rightarrow y_1(t)=tx_1(t)=tx(t-t_d)$

而$y(t-t_d)=(t-t_d)x(t-t_d)\neq y_1(t)$

所以该系统为时变系统

(2) $x(t)\rightarrow y(t)=\sin[x(t)]$

若 $x_1(t)=x(t-t_d)\rightarrow y_1(t)=\sin[x_1(t)]=\sin[x(t-t_d)]$

而$y(t-t_d)=\sin[x(t-t_d)]=y_1(t)$

所以该系统为时不变系统

(3) $x(k)\rightarrow y(k)=x(2k)$

若 $x_1(k)=x(k-k_d)\rightarrow y_1(k)=x(2k-k_d)$

而$y(k-k_d)=x[2(k-k_d)]\neq y_1(k)$　　所以该系统为时变系统

1.2.3 系统的分类

4.因果系统和非因果系统

因果系统：是指响应不会超前于激励的系统，没有输入就没有输出。反之为**非因果系统**

任何时刻的响应只取决于激励的现在与过去值，而与激励的将来值无关。如：$y(t)=\int_{-\infty}^{t}x(\tau)d\tau$

实际系统都是因果系统，非因果系统不是真实系统，而是一种理想的系统。

例如，假设系统的数学模型为：$y(t)=x(t-1)+x(1-t)$

令 $t=0$，则 $y(0)=x(-1)+x(1)$，因此系统为非因果系统。

（离散系统可同样的方法定义）

1.2.3 系统的分类

*其他分类：

稳定系统、非稳定系统；

集中参数系统、分布参数系统；

记忆系统、非记忆系统；

- 本课程只讨论线性时不变(LTI)系统,简称线性系统。

描述线性时不变连续系统的数学模型：常系数线性微分方程

描述线性时不变离散系统的数学模型：常系数线性差分方程

注意：系统的线性与时不变性是两个不同的概念：

线性系统可以是时不变的，也可以是时变的；非线性系统也是如此。

第一章 信号与系统的基本概念

- 1.1 信号的描述与分类
- 1.2 系统的描述与分类
- 1.3 信号与系统分析概述
- 本章要点
- 作业

1.3.1 信号与系统分析的基本内容与方法
1.3.2 信号与系统理论的应用

1.3.1 信号与系统分析的基本内容和方法

- 信号和系统分析的基本内容：
  - 信号分析
  - 系统分析

- 本课程只限于讨论信号与线性时不变系统的分析：
  - 大多数系统是线性时不变系统。
  - 许多非线性系统和时变系统经过适当处理后，可以近似地化为线性时不变系统来分析。
  - 线性时不变系统的分析方法已经有比较完善的理论。

1.3.1 信号与系统分析的基本内容和方法

- 本课程只讨论采用输入－输出关系描述的单输入－单输出系统。
- 本课程只讨论确定信号及其作用于线性时不变系统的响应：
  - 确定信号：解析法
  - 随机信号：概率统计
- 信号与系统分析可以在时间域中进行，也可以在变换域中进行：
  - 时间域：物理概念清楚，但计算繁琐
  - 变换域：简化计算

1.3.1 信号与系统分析的基本内容和方法

- 信号分析与系统分析是一个统一的整体：
  - 从信号传输的角度来看：信号通过系统时，在系统的传递特性作用下，信号的时间特性和频率特性会发生相应的变化，从而变成了新的信号。
  - 从系统响应的角度来看：系统的主要作用是对信号进行处理与传输。在输入信号的激励下，系统必然会作出相应的反响，其外在的表现形式就是会有一个对应的输出（响应）。
  - 从数学的角度来看：时域分析中信号与系统的特性都可以表示为时间的函数，对它们也都可以用变换域的方法进行分析，只不过是各自变换域函数的物理意义不同而已。

综上所述，可以看出：对信号的分析与对系统的分析是密不可分的。

1.3.2 信号与系统理论的应用

- 通信领域
  - 信号的幅度调制、频率调制和相位调制，都是基于信号与系统的基本理论
- 自动控制
  - 系统函数可以有效地分析和控制系统的传输特性和稳定性
- 信号处理
  - 时域和变换域分析为信号处理奠定了理论基础
  - 信号与系统理论也是现代信号处理的基础
- 生物医学工程
  - 生物医学中的许多系统描述和信号处理都基于信号与系统的基本理论和方法

本章要点

- 1.1 信号的分类
  - 能量信号 功率信号 非能量非功率信号
- 1.2系统的分类
  - 线性 时变性 因果性

作业

1.1：

- 1-1(2,4)，1-2(1,3，5)，1-6

1.2：

- 1-8 (1)(2)(4)(5)(6)
- 1-9 (1)(2)(3)
- 1-11